Universidade de São Paulo em São Carlos Lista 2, resolver até 21.8.2015

SPI5814 Física atômica e molecular

Nome:

Átomo de Bohr

Em 1913, Niels Bohr apresentou seu modelo atômico através da adaptação do modelo de Rutherford as ideias de quantização propostas por Max Planck. Em memória a este evento, resolva os itens abaixo em termos de grandezas fundamentais.
a. Imponha a regra de quantização para o momento angular ($L = n\hbar$) para um elétron ao redor de um átomo de numero atômico Z e encontre uma expressão para os raios das órbitas permitidas.
b. Segundo o modelo de Bohr, a transição entre diferentes órbitas e acompanhada pela emissão/absorção de um fóton. Determine a energia do fóton emitido devido a transição entre o primeiro estado excitado e o estado fundamental em um átomo de hidrogênio.
c. Considere um elétron preso em um poço unidimensional quadrado infinito de largura a. Determine uma expressão para os níveis de energia eletrônicos.
d. Qual deveria ser a largura a deste poço, em termos do raio de Bohr, para que um fóton emitido devido a transição entre o primeiro estado excitado e o estado fundamental se iguale a obtida no item (b)?

Potenciais adiabáticos

Um potencial adiabático pode ser usado para realização de potenciais de aprisionamento mais complicados. Para estudar estes potenciais consideramos o sistema de dois estados Zeeman $m = \pm\frac{1}{2}$ acoplados por uma radiação de radiofrequência $\hbar\omega$. O hamiltoniano de estados vestidos do nosso sistema de dois níveis é uma matriz 2×2,

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\mu_B g_F B - \frac{1}{2}\hbar\omega & \frac{1}{2}\hbar\Omega \\ \frac{1}{2}\hbar\Omega & -\frac{1}{2}\mu_B g_F B + \frac{1}{2}\hbar\omega \end{pmatrix} ,$$

colocando o zero energético no meio entre os estados. Supõe, que o campo magnético cresce linearmente ao longo do eixo z, $B(z) = z\partial_z B$, onde $\partial_z B$ é o gradiente, e que a radiofrequência é sintonizada em ressonância com a diferencia das energias dos estados Zeeman numa certa distância z_0 tal que, $\hbar\omega = \mu_B z_0 \partial_z B$.
a. Calcule as autoenergias do sistema acoplado em função de z.
b. Expande as autoenergias em torno da posição z_0.
c. Qual seria a frequência de oscilação de átomos aprisionados dentro do potencial adiabático?
d. Expande as autoenergias em $\hbar\Omega$ para posições longe de ressonância.

Comutação com o hamiltoniano

O operador **B** seja não explicitamente dependendo do tempo, **H** é o hamiltoniano.
a. Considere a variação temporal do valor esperado de **B** e mostre a validade da seguinte relação:

$$i\hbar\frac{d}{dt}\langle\mathbf{B}\rangle = \langle[\mathbf{B},\mathbf{H}]\rangle \ .$$

b. O que significa que **B** comute com **H** ?

Poço unidimensional

Considere um poço de potencial unidimensional entre $-L/2$ e $L/2$ com paredes infinitos. No centro do poço seja uma pequena perturbação

$$H^{(1)} = \begin{cases} \ \varepsilon \text{ para } \frac{-a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 \text{ fora dessa região} \ . \end{cases}$$

Calcule a correção energética em primeira ordem.

Núcleo estendido

A expressão $V(r) = -e^2/4\pi\epsilon_0 r$ para a energia potencial de um elétron no átomo de hidrogênio implica, que o núcleo (o próton) seja tratamos partícula puntiforme. Agora supõe que, em contrário, a carga do próton $+e$ seja distribuída uniformemente sobre uma esfera de raio $R = 10^{-13}$ cm.
a. Dá o potencial modificado V_m, que corresponde a esta distribuição da carga nuclear.
b. Supõe que a função de onda do átomo de hidrogênio não muda muito devido ao potencial modificado. Calcule na ordem mais baixa em R/a_B o deslocamento de energia média $\langle\Delta V\rangle$ para os estados $(n = 1, l = 0, m = 0)$. Como será em comparação o deslocamento de energia para os estados $(n = 2, l = 0, m = 0)$ e $(n = 2, l = 1, m = 0)$?
c. Calcule na mesma maneira $\langle\Delta V\rangle$ para hidrogênio muônico no estado fundamental.